[वस्तुनिष्ठ प्रश्न - 2026] (1)

कक्षा - 12 विषय :- गणित

अध्याय 1 [संबंध तथा फलन]

प्रश्न 1- स्वतुल्य, सममित, संक्रामक, तुल्यता संबंध की शर्तें तथा उन पर आधारित प्रश्न

यदि R समुच्चय A से A पर कोई संबंध हो, तब

(i) R स्वतुल्य होगा यदि $(x, x) \in R$ प्रत्येक $x \in A$ के लिए

(ii) R सममित होगा यदि $(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$ $x, y \in A$

(iii) R संक्रामक होगा यदि $(x, y) \in R$ तथा $(y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$ $x, y, z \in A$

(IV) R तुल्यता होगा यदि संबंध R स्वतुल्य, सममित, संक्रामक तीनों शर्तों का पालन करे

प्रश्न 2:- एकैकी (one-one) तथा आच्छादक (onto) की शर्तें तथा इन पर संक्षिप्त प्रश्न

यदि $f: A \to B$ एक फलन हो, तब

{(i) f का परिसर (Range of f) $= \{y : y = f(x),\ x \in A$ (प्रान्त) $y \in B$ (सहप्रान्त)$\}$

(ii) $f: A \to B$ आच्छादक होगा यदि f का परिसर (Range) = सहप्रान्त B}

अर्थात सहप्रान्त B का प्रत्येक अवयव प्रान्त A के किसी न किसी अवयव से संबंधित हो

(i) फलन $f: A \to B$ एकैकी होगा यदि $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow$ केवल $x_1 = x_2$, प्रत्येक $x_1, x_2 \in A$

प्रश्न 3 समुच्चय {a, b, c} पर तत्समक संबंध लिखो।

बताइये कि निम्न में से कौनसा संबंध तत्समक है? (i) $R = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,c)\}$ स्वतुल्य (ii) $R = \{(a,a), (b,b), (c,c)\}$ तत्समक

प्रश्न 4 → समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$ पर तुल्यता संबंधों की अधिकतम संख्या 5 होती है परन्तु इस पर (1, 2) अवयव वाले तुल्यता संबंधों की संख्या 2 होती है

तथा (1,2), (2,1) वाले के तुल्यता संबंधों की संख्या 2 है

प्रश्न 5 मान लीजिए कि समुच्चय N में $R = \{(a, b) : a = b - 2,\ b > 6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R होगा (A) $(2,4) \in R$ (B) $(3,8) \in R$ (C) $(6,8) \in R$ ✓ (d) $(8,7) \in R$

प्रश्न 6 तत्समक फलन $f(x) = x$ हमेशा एकैकी आच्छादक होता है $\forall x \in R$

जैसे- (i) एकैकी फलन $f: \{a, b, c\} \to \{a, b, c\}$ सदैव आच्छादक भी होता है

(ii) आच्छादक फलन $f: \{a, b, c\} \to \{a, b, c\}$ सदैव एकैकी होता है

[Note- यहाँ {a, b, c} की जगह {1, 2, 3} भी हो]

प्रश्न 7 समुच्चय A से A पर एकैकी फलनों की संख्या $= \lfloor k$ होती है, जहाँ $n(A) = k$

Ex $A = \{1, 2, 3\}$ में एकैकी आच्छादक फलनों की संख्या $= \lfloor 3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ Ans

प्रश्न 8 तुच्छ संबंध क्या है

अध्याय - 2 [प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन]

प्रश्न 1 (a) प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के प्रान्त तथा मुख्य शाखा के परिसर लिखो

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन का मुख्य मान = इसका वह मान, जो इसकी मुख्य शाखा में स्थित हो

(b) निम्नलिखित के मुख्य मान ज्ञात करो :- (i) $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (ii) $\sin^{-1} 1/\sqrt{2}$

प्रश्न 3 सिद्ध करो कि :- (i) $\cot(\tan^{-1} a + \cot^{-1} a) = 0$ (ii) $\sin(2\cos^{-1} x + \sin^{-1} x) = x$

(iii) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x\right) = \sin(\tan^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (IV) $\cot^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) = \cos^{-1} x$ ✓ $\cos(2\tan^{-1} x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ जहाँ $x = \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \ldots$ जहाँ $x = 1/2, 1/3$

प्रश्न 2 (a) जब $\sin(\sin^{-1} x) = x$ तब $x \in [-1, 1]$ होगा (b) जब $\sin^{-1}(\sin x) = x$ तब $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

[प्रश्न 3 (vi) $\tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{4}{5}$]

अध्याय - 3 [आव्यूह]

प्रश्न 1 $m \times n$ कोटि के ऐसे आव्यूहों की संख्या जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है $= 2^{m \times n}$ होती है

जैसे- (i) 3×3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की संख्या जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 हो $= 2^{3 \times 3} = 2^9 = 512$ होगी

(ii) 2×2 कोटि के " —" — प्रविष्टि 0 या 1 हो $= 2^{2 \times 2} = 2^4 = 16$ होगी

प्रश्न 2 आव्यूह A तथा B परस्पर व्युत्क्रम होंगे यदि $AB = BA = I$ हो

प्रश्न 3 आव्यूह $A + A'$ सममित तथा $A - A'$ विषम सममित होते हैं

प्रश्न 4 $(A')' = A$, $(AB)' = B'A'$ तथा $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ सत्य होते हैं

प्रश्न 5 यदि $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times p}$ हो तब AB की कोटि $m \times p$ होगी

प्रश्न 5 माना $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ or $A_{m \times n}$ एक आव्यूह है तब

(i) A वर्ग आव्यूह होगा यदि $m = n$ हो

(ii) A पंक्ति आव्यूह होगा यदि $m = 1$ हो अर्थात् कोटि $1 \times n$ हो

(iii) A स्तम्भ आव्यूह होगा यदि $n = 1$ हो अर्थात् कोटि $m \times 1$ है।

(iv) A अदिश आव्यूह होगा यदि $m = n$ तथा और $a_{ij} = 0$ जब $i \neq j$, $= K$ जब $i = j$

प्रश्न 6 वर्ग आव्यूह A के लिए :-

(a) यदि $A^2 = 0$ हो, तो आव्यूह A शून्यशम होगा।

~~शून्यशम आव्यूह A सममित तथा विषम सममित दोनों हो सकता है~~

(b) यदि $A^2 = A$ हो, तो आव्यूह A शमसम या वर्गसम होता है

(c) यदि $AA' = A'A = I$ है, तो A लाम्बिक होगा।

Imp (d) यदि $A' = A$ हो, तो आव्यूह A सममित होगा। विशेषता :- सममित आव्यूह के मुख्य विकर्ण से समान दूरी पर स्थित अवयव समान होते है

Imp (e) यदि $A' = -A$ हो, तो आव्यूह A विषम सममित होगा। जैसे $\begin{bmatrix} a & f & g \\ f & b & h \\ g & h & c \end{bmatrix}$

विषम सममित आव्यूह की विशेषता :-

(i) इसके मुख्य विकर्ण के सभी अवयव शून्य होते हैं तथा इसके मुख्य विकर्ण से समान दूरी पर स्थित अवयव सदैव बराबर और विपरीत चिन्ह के होते हैं। जैसे $A = \begin{bmatrix} 0 & -f & -g \\ f & 0 & -h \\ g & h & 0 \end{bmatrix}$

(f) यदि $A^2 = I$ हो, तो A प्रतिकेन्द्रज आव्यूह होता है।

(ii) विषम सममित आव्यूह A का सारणिक का मान = 0 होता है जबकि A ...

प्रश्न 7 शून्य आव्यूह सममित तथा विषम सममित दोनों होता है

~~एक मैट्रिक्स में 13 अवयव है इसके कितने कोटियाँ संभव है~~

अध्याय - 4 [सारणिक]

Sure-1

प्रश्न 1 यदि A, $n \times n$ कोटि का वर्ग आव्यूह है, तब

Imp (i) $|KA| = K^n|A|$ होगा

(ii) $|adj A| = |A|^{n-1}$

(iii) $|A'| = |A|$ होगा

(iv) $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ होगा या $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$

(v) सहखण्डों की संख्या $= n \times n = n^2$

Imp (vi) A व्युत्क्रमणीय होगा यदि $|A| \neq 0$ तथा A अव्युत्क्रमणीय होगा यदि $|A| = 0$ हो

(vii) $A \cdot (adj A) = (adj A) A = |A| I_n$ होगा

(viii) यदि A विषम सममित आव्यूह हो, तब $|A| = 0$ होगा जबकि A की कोटि n विषम है

जैसे :- यदि A कोटि 3×3 का आव्यूह हो, तब

(i) $|KA| = K^3|A|$ (ii) $|adj A| = |A|^{3-1} = |A|^2$

(iii) यदि $|A| = 5$ हो, तब $|2A| = 2^3|A| = 8|A| = 8 \times 5 = 40$ Ans

तथा $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{5}$ Ans

तथा $|adj A| = |A|^{3-1} = (5)^2 = 25$ Ans

(iv) सहखण्डों की संख्या $= 3 \times 3 = 9$ Ans

Ex1 यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ हो, तब $A(adj A) = ?$

हल :- $|A| = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 15 + 4 = 19$

Sure-1 अब $A(adj A) = |A| I_2 = |A| \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |A| & 0 \\ 0 & |A| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 0 \\ 0 & 19 \end{bmatrix}$ Ans

Ex2 (a) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & K \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ अव्युत्क्रमणीय आव्यूह हो, तो $K = ?$

हल :- ∵ A अव्युत्क्रमणीय है

अतः $|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & K \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 15 - 2K = 0 \Rightarrow K = 15/2$ Ans

V.Imp (b) यदि $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ हो, तो x का मान ज्ञात करो ?

हल :- $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow 3 - x^2 = 3 - 8 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$ Ans

X (c) ~~$\begin{vmatrix} 1 & w \\ w & -w \end{vmatrix} = -w - w^2 = -(w + w^2) = -(-1) = 1$ Ans $[\because 1 + w + w^2 = 0 \Rightarrow w + w^2 = -1]$~~

(ii) निकाला

Ex 3(a) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ तब $|Adj\, A| = ?$ [Hint:- $|adj A| = |A|^{2-1} = |A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$
$= -9 - 2 = -11$ Ans

(b) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $|2A| = K|A|$ हो, तो $K = ?$ [Hint:- $|2A| = K|A|$
$\Rightarrow 2^2|A| = K|A|$
$\Rightarrow K = 4$ Ans

Ex 4 आव्यूह A के लिए $|A|, A^{-1}, A^n$, तभी ज्ञात कर सकते हैं जबकि A एक वर्ग आव्यूह है

अध्याय - 5 [सातत्य एवं अवकलनीयता]

प्रश्न 1:- प्रत्येक अवकलनीय फलन संतत होता है परन्तु इसका विलोम सत्य नहीं है। जैसे:- फलन $|x|, x=0$ पर संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है

प्रश्न 2 निम्नलिखित फलन सदैव संतत होते हैं:-
(i) अचर फलन अर्थात $f(x)=k$ (ii) तत्समक फलन $f(x)=x$, $x \in R$
(iii) बहुपदीय फलन (IV) त्रिकोणमितीय फलन $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$

प्रश्न 3 निम्नलिखित का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात करो:-
(i) $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x$ (ii) $\log_e \tan x$ (iii) $e^{\log_e x}$ (IV) $\sin^{-1}(\cos x)$, $\tan^{-1}(\cot x)$
(V) $e^{\log_e \sin x}$ (vi) $\log_e(x^2+2x+1)$ (vii) $\log_e(xe^{x})$ (viii) $\frac{xe^x - 1}{x}$ $\sec^{-1}(\csc x)$

प्रश्न 4 (a) यदि $x - y = \pi$ हो तो सिद्ध करो कि $\frac{dy}{dx} = 1$
(b) यदि $y = x + \log_e x$ है, तो सिद्ध करो कि $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2}$

अध्याय - 06 [अवकलज के अनुप्रयोग]

प्रश्न 1 (a) फलन $f(x) = 7x - 3$ तथा $f(x) = e^{2x}$ दोनों फलन R में वर्धमान होते हैं

(b) निम्न मेंसे किस अन्तराल में फलन $y = x^2 e^{-x}$ वर्धमान होगा:-
(i) $(-\infty, \infty)$ (ii) $(-2, 0)$ (iii) $(2, \infty)$ (IV) $(0, 2)$

(c) वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर त्रिज्या $r = 5$ cm के सापेक्ष होगा:- (i) 10π cm²/cm (ii) 2π cm²/cm (iii) 10 cm²/cm (IV) 2 cm²/cm

अध्याय 7 [समाकलन]

प्रश्न 1 (a) शून्य का समाकलन अचर होता है अर्थात $\int 0\, dx = c$
(b) समाकलन तथा अवकलन एक दूसरे की विपरीत प्रक्रिया है

प्रश्न 2 (जोड़ियां):- $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$, $\int \frac{1}{x^2-a^2}dx$, $\int \frac{1}{a^2-x^2}dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx$
$\int \sqrt{a^2+x^2}dx$, $\int \sqrt{x^2-a^2}dx$, $\int \sqrt{a^2-x^2}dx$ के सूत्र तथा $\int \tan x\, dx$ $\int \sec x\, dx$ के सूत्र तथा $\int e^{\log_e \sin x}dx$, $\int e^{-\log_e x}dx$, $\int (\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)dx$
$\int_2^3 x^5 dx$, $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$, $\int_{-2}^{3} x^5 dx$, $\int_{-1}^{1} x^3 dx = 0$, $\int_{-2}^{2} \sin^5 x \cos^4 x\, dx = 0$
$\int_0^{2/3} \frac{dx}{4+9x^2}$, $\int \log_e x\, dx$, $\int_0^{\pi/2} \log_e(\tan x)dx = 0$ की जोड़ियाँ पूछी जा सकती है

प्रश्न 3 निरसन नियम:- (i) $\int e^x[f(x) + f'(x)] = e^x f(x)$ Ex $\int e^x(\sin x + \cos x)dx = e^x \sin x$
(ii) $\int [xf'(x) + f(x)] = xf(x)$, Ex $\int (x\sec^2 x + \tan x)dx = x\tan x$

[अध्याय - 8] [समाकलनों के अनुप्रयोग]

नोट:- इस अध्याय से वस्तुनिष्ठ प्रश्न नहीं पूछे जायेंगे

Sure-1 अध्याय-9 [अवकल समीकरण]

प्रश्न 1 निम्न अवकल समीकरणों की कोटि तथा घात

(a) $\frac{d^3y}{dx^3} + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + \frac{dy}{dx} + y = 0$ Ans कोटि = 3, घात = 1

(b) $\frac{d^4y}{dx^4} + \sin\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = 0$ Ans कोटि = 4, परन्तु घात = परिभाषित नहीं क्योंकि $\sin\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$ बहुपदीय नहीं है

(c) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 - \sin^2 y = 0$ Ans कोटि = 1, घात = 4

(d) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{3/2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$ Ans कोटि = 2, घात = 3

Sure-1

प्रश्न 2 किसी भी अवकल समीकरण के व्यापक हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या उसकी कोटि के बराबर होती है परन्तु विशिष्ट हल स्वेच्छ अचरों से स्वतन्त्र होता है Ans

(a) चार कोटि के अवकल समीकरण के व्यापक हल में स्वेच्छ अचरों की संख्या 4 होती है, जबकि विशिष्ट हल में स्वेच्छ अचरों की संख्या = 0 होती है Ans

(b) वृत्त $x^2+y^2=a^2$ में एक स्वेच्छ अचर a है, अतः एक बार अवकलन करने पर अवकल समी॰ $2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow x + y\frac{dy}{dx} = 0$ होगा

Sure-1

प्रश्न 3 रैखिक अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ का समाकलन गुणांक $= e^{\int P dx}$ होगा जैसे :-

(a) $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ या $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2x$ का समाकलन गुणक होगा :-

(i) e^x (ii) $\log x$ (iii) $\frac{1}{x}$ ✓ (iv) x

(b) $x\log x\frac{dy}{dx} + y = 2\log x$ का समा॰ गुणक निम्न में से होगा :-

(i) $e^{\log x}$ (ii) $\log_e \log x$ (iii) $\log_e x$ ✓ (iv) $\frac{1}{x}$

(c) $y\,dx - x\,dy = 0$ का व्यापक हल निम्न में से होगा :-

(A) $xy = c$ (B) $x = cy^2$ (C) $y = cx$ ✓ (D) $y = cx^2$

(d) $\cos x\frac{dy}{dx} + y\sin x = 1$ का स॰गु॰ होगा :- (i) sec x (ii) tan x (iii) - (iv) cos x Ans (i) sec x

अध्याय-10 [सदिश-बीजगणित]

प्रश्न 1 (i) $\vec{a}\cdot\vec{a} = (\vec{a})^2 = |\vec{a}|^2$, परन्तु $\vec{a}\times\vec{a} = 0$ होता है

(ii) $\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$ परन्तु $\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{j}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{i} = 0$ होता है $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$ परन्तु $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$

(iii) $\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k}$, $\hat{j}\times\hat{k} = \hat{i}$, $\hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$ परन्तु $\hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k}$, $\hat{k}\times\hat{j} = -\hat{i}$, $\hat{i}\times\hat{k} = -\hat{j}$

(iv) मात्रक सदिश का परिमाण 1 होता है अतः $|\hat{a}| = |\hat{b}| = |\hat{c}| = |\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$

Sure-1

प्रश्न 2 (i) $\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k}) + \hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k}) + \hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$ का मान 1 होगा

Sure-1

(ii) यदि $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}\cdot\vec{b}|$ हो, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण $\frac{\pi}{4}$ होगा।

(iii) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}+\vec{b}$ मात्रक सदिश हो, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण $\frac{2\pi}{3}$ होगा

(iv) यदि $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}-\vec{b}|$ हो, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण $\frac{\pi}{2}$ होगा।

प्रश्न 3 (i) यदि $x(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ एक मात्रक सदिश हो, तब x का मान होगा :- Ans $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

(ii) यदि शून्येतर सदिश $\vec{a}$ का परिमाण a हो, तो $\lambda\vec{a}$ एक मात्रक सदिश होगा यदि (i) $\lambda = 1$ (ii) $\lambda = -1$ (iii) $a = |\lambda|$ (iv) $a = 1/|\lambda|$ ✓

r.v.imp (iii)

प्रश्न 4 (i) यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के परिमाण 1 तथा 2, $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ हो तब इनके बीच का कोण $\pi/2$ होगा

(ii) $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ का परिमाण $\sqrt{3}$ होगा तथा $\frac{\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$ का परिमाण 1 होगा

(iii) $\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ तथा $\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ के परिमाण $\sqrt{3}$ होंगे तथा इनके बीच का कोण $120°$ होगा।

प्रश्न 5 निम्न में से कौन संबंध सही नहीं है (i) $|\vec{a}\cdot\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|$ (ii) $|\vec{a}\times\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|$ (iii) $|\vec{a}+\vec{b}| \le |\vec{a}|+|\vec{b}|$ ✓(iv) $|\vec{a}-\vec{b}| \le |\vec{a}|-|\vec{b}|$

प्रश्न (b)(i) $\frac{\vec{a} \text{ का } \vec{b} \text{ पर प्रक्षेप}}{\vec{b} \text{ का } \vec{a} \text{ पर प्रक्षेप}} = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$ (ii) $\vec{a} = 2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}$ हो, तब सिद्ध करो कि $\frac{\vec{a} \text{ का } \vec{b} \text{ पर प्रक्षेप}}{\vec{b} \text{ का } \vec{a} \text{ पर प्रक्षेप}} = ?$

अध्याय - 11 (त्रिविमीय ज्यामिति)

प्रश्न 1 निर्देशाक्षों की दिक् कोज्याएँ क्रमशः निम्नलिखित होती हैं

x अक्ष की दिक् कोज्याएँ 1, 0, 0

y —"— —"— 0, 1, 0

z —"— —"— 0, 0, 1

Short-1

प्रश्न 2 रेखा की दिक् कोज्याएँ ज्ञात करो, ~~जबकि~~ यदि रेखा के दिक् अनुपात (i) 2, -1, -2 हो (ii) 2, 2, -2 हो (iii) -18, 12, -4 हो

(ii) रेखा अक्षों से क्रमशः 90°, 60°, 30° कोण बनाती है

(iii) बिन्दुओं (1, -2, 2) और (4, 1, -1) से होकर गुजरती है

प्रश्न 3 समान्तर रेखाओं के दिक् अनुपात समानुपाती तथा दिक् कोज्याएँ समान होती हैं

प्रश्न 4 बिन्दु (x, y, z) की x अक्ष से दूरी $= \sqrt{y^2+z^2}$ होती है तथा xz समतल से दूरी = y होती है

जैसे:- बिन्दु (3, 4, -5) की x अक्ष से दूरी $= \sqrt{4^2+(-5)^2} = \sqrt{41}$

बिन्दु (3, 4, -5) की xy समतल से दूरी = 5 Ans

प्रश्न 5 घन के किन्हीं दो विकर्णों के बीच का कोण होगा:—

(i) 45° (ii) 60° ~~(iii)~~ $\cos^{-1} 2\sqrt{2}$ (iv) इनमें से कोई नहीं

प्रश्न 6 प्रतिच्छेदी रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी शून्य होती है

अध्याय 12 [रैखिक प्रोग्रामन]

~~प्रश्न 1~~ नोट:- इस अध्याय से वस्तुनिष्ठ प्रश्न :

अध्याय 13 [प्रायिकता]

प्रश्न 1 प्रायिकता P(E) हो तब $0 \le P(E) \le 1$, तथा निश्चित घटना की प्रायिकता 1 तथा असम्भव घटना की प्रायिकता 0 होती है

प्रश्न 2 P(A/B) तथा P(B/A) के मान ज्ञात करो जबकि:-

(i) A तथा B स्वतन्त्र हो, तब $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

अतः $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$ Ans

तथा $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B)$ Ans

(ii) जब A तथा B परस्पर अपवर्जी हो, तब $P(A \cap B) = 0$ होता है

अतः $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$ तथा $P(B/A) = 0$

(iii) जब A = B हो तब $A \cap B = A = B$

अतः $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$ इसी प्रकार $P(B/A) = 1$

स्पष्टतः: यदि A = B तब P(A/B) = P(B/A)

(iv) P(B) = 0 हो तब ~~[illegible]~~ P(A/B) = अपरिभाषित होगी

(iv) यदि $A \subset B$ हो तब $A \cap B = A$

अतः $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)}$ तथा $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$

इस प्रकार $A \subset B$ तब $P(A/B) = \frac{P(A)}{P(B)}$ तथा $P(B/A) = 1$

Note प्रश्न 2 में $P(A) = 0.3$ तथा $P(B) = 0.4$ लेकर $P(A/B)$ तथा $P(B/A)$ सभी स्थितियों में ज्ञात करो।

प्रश्न 3 यदि A तथा B स्वतन्त्र घटनाएँ हों, तब

(i) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ (ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

(iii) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B)$

Note: $P(A) = 0.3$ तथा $P(B) = 0.4$ लेकर सभी स्थितियों के लिए प्रश्न 3 को हल करो।

प्रश्न 4 A और B ऐसी घटनाएँ दी गयी हैं जहाँ $P(A) = \frac{1}{2}$ तथा $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ तथा $P(B) = p$ हो, तब p का मान करो यदि

(i) घटनाएँ परस्पर अपवर्जी हों

(ii) घटनाएँ स्वतन्त्र हों